

# 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 개발 및 응용

## Development and Application of a Ball-on-plate Balancing System

박상신<sup>1,#</sup>  
Sangsin Park<sup>1,#</sup>

<sup>1</sup> 한국교통대학교 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Korea National University of Transportation)  
# Corresponding Author / E-mail: spark@ut.ac.kr, TEL: +82-42-841-5126  
ORCID: 0000-0002-9509-0058

KEYWORDS: Ball-on-plate balancing system (평판 위 구슬 균형잡기 시스템), Custom universal joint (맞춤형 유니버설 조인트), Balancing table cart (수평 유지 테이블 카트)

The Ball-on-Plate Balancing System is a system where the base is fixed to the ground, and the plate is connected to the base through a spherical joint and can rotate in two directions (X-axis roll rotation, Y-axis pitch rotation). Two rotational joints are located on the orthogonal coordinate line of the base, and these joints are connected to the operational links of a 4-bar linkage, creating rotation of the plate around the spherical joint. The goal of this system is to prevent a ball placed on the plate from rolling off and maintain it at the center of the plate. A 17-inch touch panel attached to the plate allows the orthogonal coordinates of a ball placed on the plate to be measured. A cross-shaped frame was designed to secure the touch panel, and a custom universal joint was centered in this frame. The Ball-on-Plate Balancing System was integrated into a cart table, and a horizontal maintenance system was designed to keep the table level. Experiments confirmed the ability of the table to maintain its horizontal position during movements on uneven surfaces and sudden starts or stops.

Manuscript received: November 16, 2023 / Revised: January 7, 2024 / Accepted: January 10, 2024  
This paper was presented at KSPE Autumn Conference in 2023

### NOMENCLATURE

$m$	=	Mass of a Ball
$r$	=	Radius of a Ball
$\varphi_{Bx}, \varphi_{By}$	=	Rotation Angle of a Ball
$\varphi_x, \varphi_y$	=	Angle of a Servo Motor
$f_s$	=	Rotation Force of a Ball
$x_B$	=	X-axis Position of a Ball
$y_B$	=	Y-axis Position of a Ball

### 1. 서론

전통적으로 자동제어 실험에서 역진자(Inverted Pendulum) 모델이 많이 사용되어왔다. 그 이유는 실험 구성이 간단하고 수학적

모델을 어렵지 않게 유도할 수 있고, 그 수학적 모델을 선형화하여 선형제어기를 설계할 수 있기 때문이다. 전통적인 역진자 모델과 함께 많은 연구자들은 자신의 제어 알고리즘을 개발하거나 검증하기 위하여 평판 위 구슬 균형잡기 시스템(Ball-on-plate Balancing System)을 활용한다.

전통적인 PID (Proportional-Integral-Derivative) 제어기는 간단하고 강인한 장점을 가지고 있다. 여기에 신경망(Neural Network)을 적용한 PID 신경망(PIDNN) 제어기를 Dong이 제안하였다[1]. 신경망을 구성하는 P, I, 그리고, D 뉴런의 가중치는 제네릭 알고리즘에 의해서 조절된다. 이와 유사하게 RBF (Radial Basis Function) 신경망에 기초한 PID 제어기를 Fei가 평판 위 구슬 균형잡기 시스템에 적용하였다[2]. 시스템의 불확실한 요인의 효과를 제거하기 위해서 슬라이딩 모드 제어기를 구현하여 궤적 추종과 강인 제어를 하였다[3-5]. 그리고 Spacek는 LQ (Linear Quadratic) 제어기를 적용하였다[6]. Zarzycki는 선형화 모델에 기초한 온라인 최적화가 필요 없는 MPC (Model

Predictive Control) 알고리즘을 구현하였다[7].

Wang은 구슬의 속도를 예측하기 위해서 비선형 속도 관측기로 확장 칼만 필터를 사용하였다[8]. Lee는 6자유도 로봇의 손목에 평판을 부착하고 그 평판 위에 놓인 농구공을 제어하였다[9]. 손목에 부착된 F/T (Force-torque) 센서를 이용하여 농구공의 균형을 잡았다. 평판 위의 구슬의 위치를 측정하기 위한 다른 방법으로 Zeeshan는 평판에 벽을 세우고 그곳에 포토 트랜지스터 배열을 사용하였다[10]. STEM 공학 교육을 위하여 카메라와 PID 제어가 적용된 평판 위 구슬 균형잡기 시스템을 활용하였다[11].

본 논문에 기술한 평판 위 구슬 균형잡기 시스템은 기존 연구 결과물과 다르게 최대한 수학적 모델과 일치하도록 현 시스템을 설계하였다. 이것을 실현하기 위하여 구형 관절을 맞춤형 유니버설 조인트로 설계하여 구형 관절의 회전축이 평판과 최대한 일치하도록 하였다. 두번째로 시스템의 부피를 줄이기 위해서 평판과 Base의 높이를 낮출 필요가 있었고, 이것을 구현하기 위하여 4절 링크의 크랭크와 커플러를 연결하는 관절의 위치를 내부로 향하도록 설계하였다. 추가로, Full-state Feedback 제어를 구현하여 외란이 발생하여도 구슬이 중심으로 복원될 수 있도록 제어하였다. 이렇게 제작된 시스템을 실 생활에 사용되는 카트에 적용하여 카트 이동 시, 비평탄면 위 또는 가속도 운동과 같은 상황에서도 평판 위에 놓인 물체가 안정적으로 수평을 유지할 수 있는 수평 유지 테이블 카트를 개발하였고 실험으로 가능성을 확인하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 평판 위 구슬 균형잡기 시스템을 개발하기 위한 수학적 모델의 유도과 기계 설계에 대한 내용을, 3장에서는 선형화 모델을 이용하여 Full-state Feedback 제어기 구현과 외란 테스트와 관련한 실험 결과를 소개한다. 4장에서는 평판 위 구슬 균형잡기 시스템을 적용한 수평 유지 테이블 카트의 개발과 실험 결과를, 5장에서는 실험 과정에서 도출된 현 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 보완점에 대해서 서술한다. 마지막으로 결론을 6장에 기술한다.

## 2. 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 개발

### 2.1 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 개념

평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 개념도를 Fig. 1과 같이 나타내었다. Base는 지면과 고정되어 있고 Base와 구형 관절(Spherical Joint)로 연결된 평판(Plate)은 2방향(X축-Roll 회전, Y축-Pitch 회전)으로 회전이 가능하다. Base의 직교좌표 선상에 회전 관절(Revolute Joint) 2개가 위치하고 있고, 이 회전 관절은 4절 링크(4-bar Linkage)의 작동 링크와 연결되어서 구형 관절을 중심으로 평판의 회전을 만들게 된다. 평판 위에 구슬(Ball)이 놓여 있을 때 이 구슬이 굴러떨어지지 않고 항상 평판 위에 있도록 유지하는 것이 이 시스템의 목표이다[12].

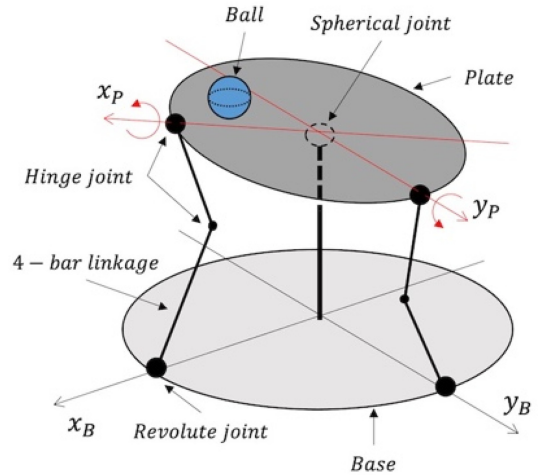


Fig. 1 Schematic of a general ball-on-plate balancing system with two revolute joints on Cartesian coordinates

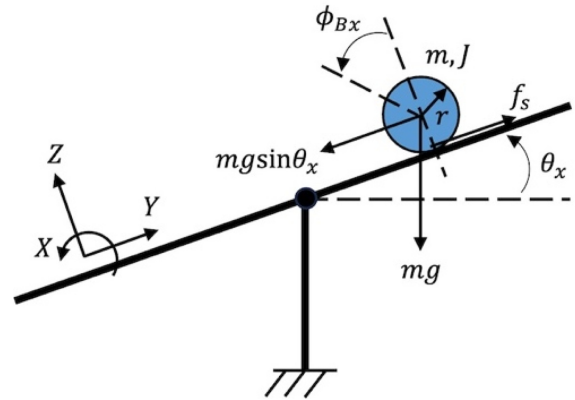


Fig. 2 Free body diagram of a general ball-on-plate balancing system

### 2.2 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 수학적 모델

평판 위 구슬 균형잡기 시스템은 Z-Y 평면(X축 회전)과 Z-X 평면(Y축 회전)으로 나뉘어서 생각할 수 있다. 두 평면의 모델은 동일하기 때문에 Fig. 2의 X축 회전에 대한 시스템 모델을 고려하여 운동방정식을 유도한다.

Y축 방향으로 구슬에 작용하는 힘의 평형은

$$-mgsin\theta_x + f_s = -m\ddot{y}_B \tag{1}$$

이고, X축에 대한 모멘트 평형은

$$rf_s = J\ddot{\phi}_{Bx} \tag{2}$$

이다. 구의 관성모멘트  $J = (2/5)mr^2$  를 식(2)에 대입하면

$$rf_s = \frac{2}{5}mr^2\ddot{\phi}_{Bx} \tag{3}$$

이고,  $\ddot{y}_B = r\ddot{\phi}_{Bx}$  관계식을 식(3)에 대입하면

$$f_s = \frac{2}{5}mr\ddot{\phi}_{Bx} = \frac{2}{5}m\ddot{y}_B \quad (4)$$

이다. 식(4)를 식(1)에 대입하면

$$m\ddot{y}_B + \frac{2}{5}m\ddot{y}_B = mg \sin \theta_x \quad (5)$$

이고, 식(5)를  $\ddot{y}_B$ 에 대해서 정리하면

$$\ddot{y}_B = \frac{5}{7}g \sin \theta_x \quad (6)$$

이다. X축에 대한  $\ddot{x}_B$ 는  $\ddot{y}_B$ 과 식의 구조가 동일하다.

$$\ddot{x}_B = \frac{5}{7}g \sin \theta_y \quad (7)$$

따라서 유도된 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 운동방정식은 식(6), 식(7)과 같다.

### 2.3 4절 링크

평판과 서보 모터가 4절 링크로 연결되어 있기 때문에 Fig. 3과 같이 평판의 회전 각도( $\theta_x, \theta_y$ )가 서보 모터의 회전 각도( $\phi_x, \phi_y$ )와 일치하지 않는다.

따라서 서보 모터로 평판의 각도를 제어하기 위해서는 서보 모터 입력 링크 대 평판의 출력 링크 사이의 4절 링크 관계식을 유도하여야 한다. Fig. 4에 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 4절 링크 개략도를 나타내었고, Fig. 3과는 그 기준선이 다르다는 것을 유의하여야 한다.  $\phi_x$ 와  $\phi_y$ 는  $q_1$ 과  $q_3$ 과  $\alpha$ 만큼 차이가 나고  $\alpha = \text{atan}(h/L_s)$ 이다.

4절 링크의 X와 Y축의 루프-폐쇄(Loop-closure) 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$-L \cos q_1 - L \cos q_2 + L_c \cos q_3 - L_0 = 0 \quad (8)$$

$$L \sin q_1 + L \sin q_2 - L_c \sin q_3 = 0 \quad (9)$$

$q_2$ 를 소거하기 위해서 식(8)과 식(9)를 재배치하면

$$L \cos q_2 = -L \cos q_1 + L_c \cos q_3 - L_0 \quad (10)$$

$$L \sin q_2 = -L \sin q_1 + L_c \sin q_3 \quad (11)$$

이다. 식(10)과 식(11)을 제곱한 다음 더하면

$$K_1(q_1) \cos q_3 + K_2(q_1) \sin q_3 + K_3(q_1) = 0 \quad (12)$$

을 얻을 수 있다. 여기서

$$K_1(q_1) = -2LL_c \cos q_1 - 2L_0L_c, \quad K_2(q_1) = -2LL_c \sin q_1, \quad K_3(q_1) = 2LL_0 \cos q_1 + L_0^2 + L_c^2 \quad (13)$$

이다. 식(12)는 Freudenstein 방정식[13]으로 알려져 있고, 폐 형식 해(Closed-form Solution)를 구할 수 있다.

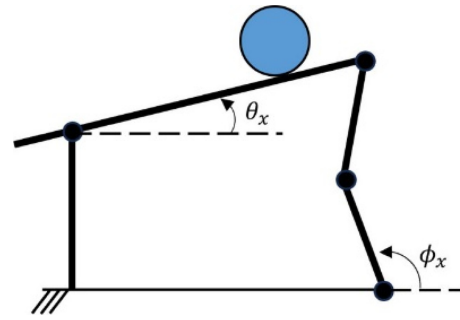


Fig. 3 Difference between angles of plate and servo motor

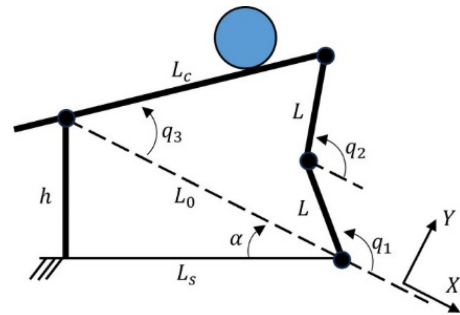


Fig. 4 A schematic of the 4-bar linkage

먼저, 다음과 같이 식을 정의한다.

$$T = \tan \frac{q_3}{2} \quad (14)$$

이와 관련하여,

$$\sin q_3 = \frac{2T}{1+T^2}, \quad \cos q_3 = \frac{1-T^2}{1+T^2} \quad (15)$$

식(15)를 식(12)에 대입하고 정리하면

$$(K_3 - K_1)T^2 + 2K_2T + K_1 + K_3 = 0 \quad (16)$$

이고 식(16)의 해는

$$T = \frac{-K_2 \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}}{K_3 - K_1} \quad (17)$$

이다. 식(17)을 식(14)에 대입하면  $q_3$ 를  $q_1$ 으로 표현할 수 있다. 따라서

$$q_3 = 2 \text{atan}2\left(-K_2 \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}, K_3 - K_1\right) \quad (18)$$

### 2.4 맞춤형 유니버설 조인트 설계

평판의 Roll과 Pitch 회전을 만들기 위해서 평판 중간에 구형 관절이 필요하고, 이를 구현하기 위해서 유니버설 조인트(Universal Joint)를 채택하였다. 먼저, 유니버설 조인트의 기성품을 사용하게 되면 Fig. 5와 같이 회전 중심과 평판 사이에 Offset이 존재하여 개념도의 기구학적 구조와 다르게 된다. 이런 문제점을 보완하기 위해서 유니버설 조인트를 Fig. 6과 같이

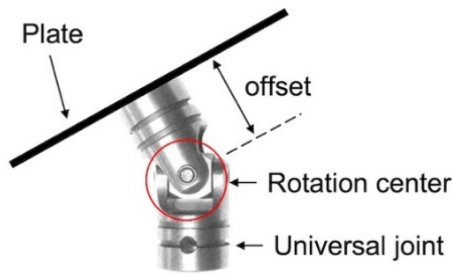


Fig. 5 An example of using a general universal joint

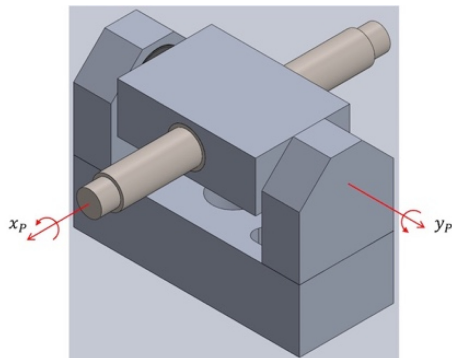


Fig. 6 Design of a customized universal joint for the ball-on-plate balancing system

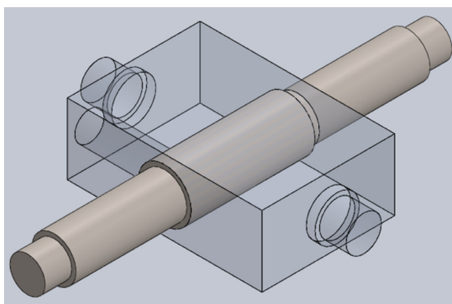


Fig. 7 Design of a spider of the customized universal joint

설계하였다. 이와 같은 맞춤형 유니버설 조인트를 사용하면 이 Offset을 완벽히 0으로 만들 순 없지만, 개념도와 같이 회전 중심을 평판과 최대한 일치시킬 수 있다. 실제 제작된 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 Offset은 10.5 mm이다.

맞춤형 유니버설 조인트는 Figs. 7, 8과 같이 두 부분으로 구성된다. Fig. 7은 십자가 모양의 Spider이고 Fig. 8은 브라켓 형태의 Yoke이다. 평판 위 구슬 균형잡기 시스템에서는 Yoke는 고정되어 있고, Spider가 두 방향으로 회전하는 구조로 설계되었다. 먼저 Fig. 7의 Spider는 2개의 부품으로 이루어져 있고 직육면체 부품을 센터 핀이 관통해서 결합된 형태이다. 센터 핀이 평판 프레임과 연결된다. Fig. 8의 Yoke는 2개의 베어링을 사용하여 Spider의 직육면체 부품과 연결되고, 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 Base와 연결된다.

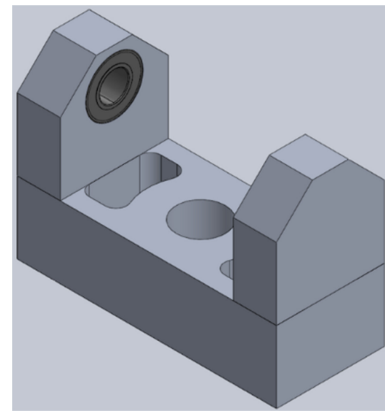


Fig. 8 Design of a yoke of the customized universal joint

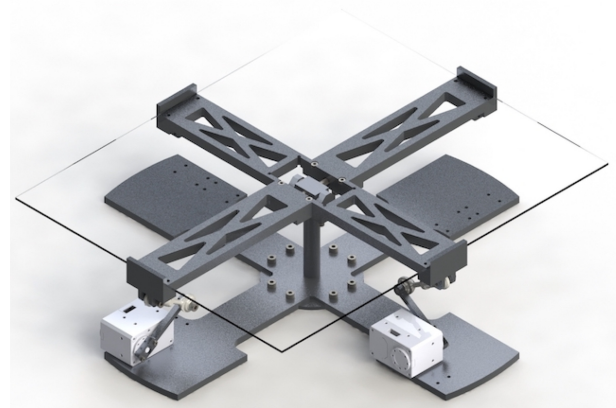


Fig. 9 Design of a ball-on-plate balancing system. The customized universal joint is in the center of a cross frame with a 17" touch panel and two servo motors are located on the Cartesian coordinates

### 2.5 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 설계

Figs. 9와 10에 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 형상을 나타내었다. 17인치 터치패널을 적용하였고, 그에 따른 시스템의 크기가 결정되었다. 크기(가로 × 세로 × 높이)는 380 × 380 × 102.5 mm이고 질량은 1.8 kg이다. Fig. 9에서와 같이 구슬의 위치를 측정하는 터치패널은 저항성 터치 센서가 투명 유리판 위에 붙어있어서 시스템을 위해서 또 다른 평판을 설계할 필요가 없다. 그래서 터치패널을 고정해주고 맞춤형 유니버설 조인트와 연결될 프레임이 필요하다. 이런 역할을 하는 터치패널 고정용 프레임을 십자가 형상으로 설계하였고, 이 프레임 중심에 맞춤형 유니버설 조인트를 연결하여 회전 중심과 평판의 평면이 거의 일치하도록 하였다.

다음으로 평판을 Roll과 Pitch 회전을 만들어 내기 위해서 2개의 서보 모터를 사용하였다. 사용된 서보 모터는 로보티즈사의 다이나믹셀 제품이다. 이 서보 모터는 4절 링크로 터치패널 고정용 프레임과 연결된다. 사용된 서보 모터의 사양을 Table 1에 정리하였다.

Table 1 The specification of the servo motors

Model	XM430-W350-R
Dimensions (W × H × D) [mm]	28.5 × 46.5 × 34
Weight [g]	82
Gear Ratio	353.5 : 1
Nominal Voltage [V]	12
Encoder Resolution [pulse/rev]	4,096
Stall Torque [Nm]	4.1
No Load Speed [RPM]	46
Communication	RS485

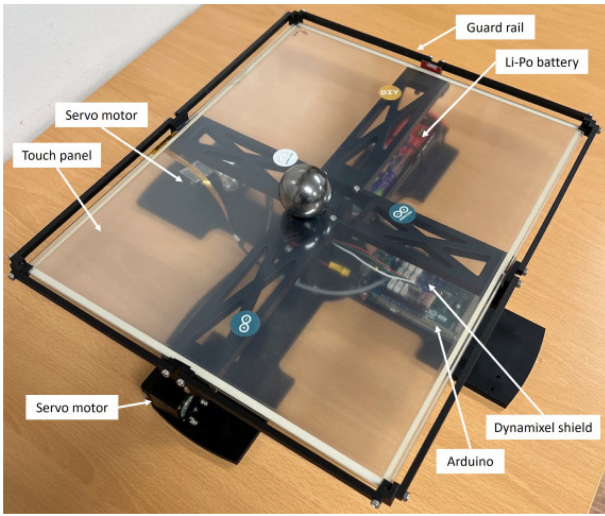


Fig. 10 A prototype of the ball-on-plate balancing system

이런 설계를 바탕으로 Fig. 10과 같이 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 시제품을 개발하였다. 구슬의 위치를 측정하고 평판의 역할을 하는 터치패널의 자세를 제어하기 위해서 아두이노 듀에(Due)를 사용하였고, 서보 모터를 동작시키기 위해서 다이내믹셀 쉴드를 듀에와 결합하였다. 터치패널을 회전시키기 위해서 두 개의 서보 모터를 90° 간격으로 배치하였고, 구슬이 터치패널 평면 밖으로 이탈하는 것을 방지하기 위해서 터치패널 테두리에 가드레일을 설치하였다. 그리고 외부 전원 연결 없이 동작할 수 있도록 리튬-폴리머 배터리 (3셀, 공칭전압 11.1 V)를 사용하였다. 평판의 Roll과 Pitch 방향 회전 범위는 ±40°이다.

### 3. 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 제어

#### 3.1 선형제어 모델

평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 운동방정식 식(6)과 식(7)의 비선형성을 제거하기 위하여  $\sin \theta_x \approx \theta_x$  와  $\sin \theta_y \approx \theta_y$  와 같은 근사화를 운동방정식에 적용하고, 선형화된 운동방정식을 상태공간표현식으로 표시한다.

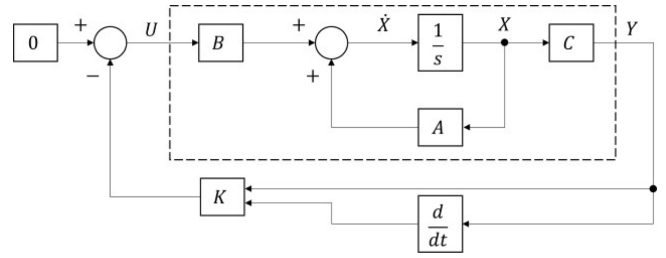


Fig. 11 Control scheme of the ball-on-plate balancing system

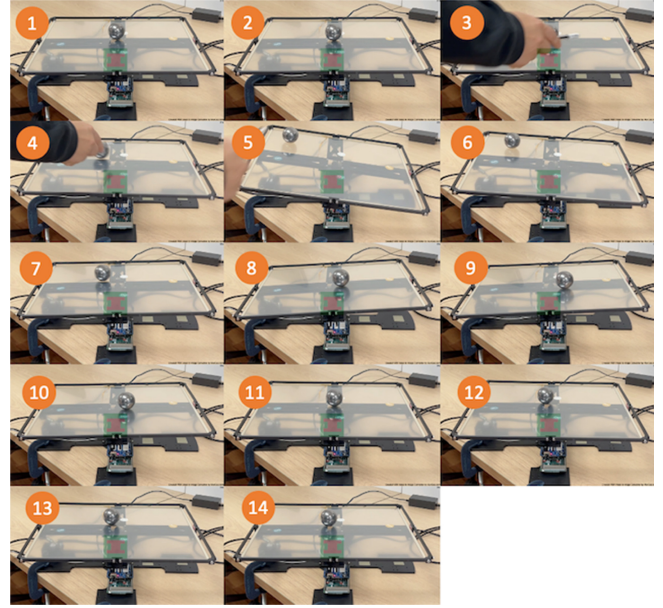


Fig. 12 Snapshots of the disturbance test

$$\dot{X} = AX + BU \tag{19}$$

$$Y = CX \tag{20}$$

여기서,

$$X = [y_B \quad \dot{y}_B \quad x_B \quad \dot{x}_B]^T, U = [\theta_x \quad \theta_y]^T, Y = [y_B \quad x_B]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{5}{7}g & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{7}g \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Fig. 11과 같이 full-state feedback 제어기를 적용하였고, 피드백 게인은 pole-placement를 이용하여 다음과 같이 결정하였다. Desired pole은 [-1.0, -2.0, -1.0, -2.0]으로 roll 방향과 pitch 방향 동일하게 설정하였고, 그것으로부터 찾은 state feedback 게인은 식(21)과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} 0.282 & 0.425 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.282 & 0.425 \end{bmatrix} \tag{21}$$

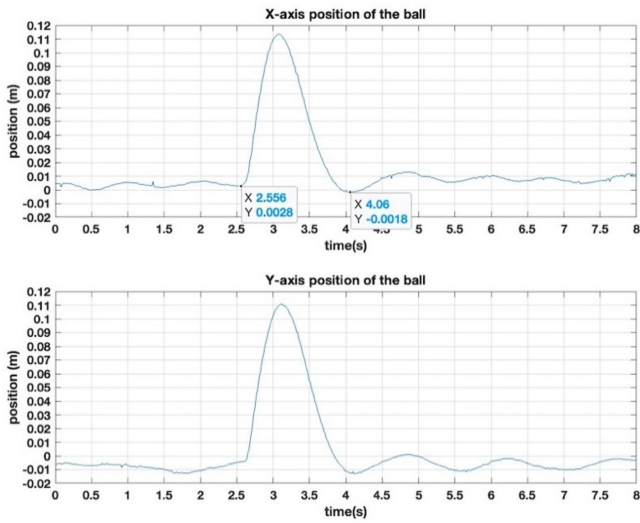


Fig. 13 X and Y-axis position of the ball

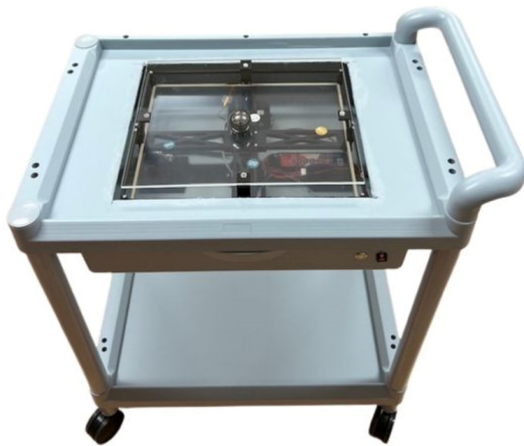


Fig. 14 A cart with a ball-on-plate system

3.2 실험 결과

구슬이 가운데 있으면서 평판이 수평을 유지하고 있는 상태에서 구슬에 외력을 가한 후 구슬이 가운데로 돌아오는 외란 실험을 하였고, Fig. 12에 실험 영상을 연속된 사진으로 표현하였다. 이 외란 실험의 결과를 Fig. 13에 구슬의 위치를 그래프로 나타내었다. 구슬이 중심에서 1 cm 내로 제어가 되고 있는 상태에서 2.556초에 외력이 작용하여 구슬이 중심에서 각 축별로 대략 11 cm 이동하였고, 약 1.5초 이후에 구슬의 위치가 중심에서 1 cm 이내로 되돌아왔다. 이 실험의 결과로부터 평판 위 구슬 수평 유지 시스템이 안정적으로 제어가 되고 있음을 확인하였다.

4. 수평 유지 테이블 카트

제작된 평판 위 구슬 균형잡기 시스템을 응용하여 Fig. 14와 같이 수평 유지 테이블 카트를 개발하였다. 이 카트에는 평판 위 구슬 균형잡기 시스템이 카트의 기울어짐과 무관하게 수평을 유지할

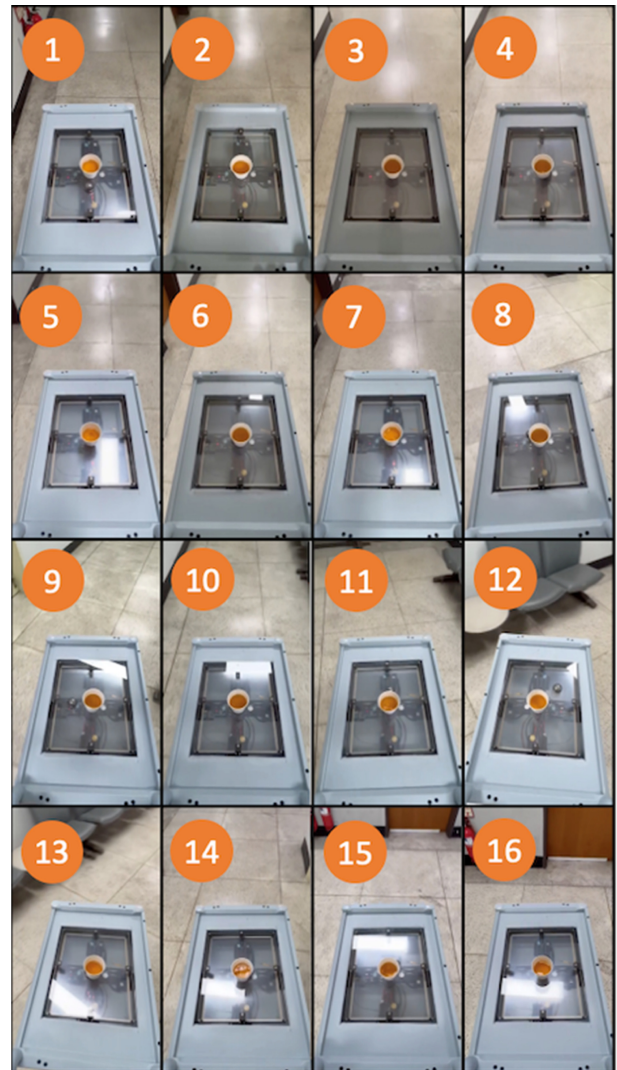


Fig. 15 Snapshots of forward moving

수 있는 테이블 역할을 한다. 실제 테이블 평면은 구슬 위에 배치하여 평판 위에 놓인 구슬이 자유롭게 움직일 수 있도록 하였다.

이 카트 위에 물건을 올려 두고 건물의 실내에서 움직여 보았다. 실내의 바닥면은 약간의 굴곡이 존재하지만, 전반적으로 평탄하였다. 먼저 직선 방향으로 카트를 움직여 본 결과 구슬의 큰 변화 없이 중심을 잘 유지하였고 Fig. 15에 연속 사진으로 카트의 모습을 나타내었다. 다음으로 카트의 가속도 운동을 만들기 위해서 카트를 회전시켜 보았다. 카트가 회전하는 동안 구슬이 원심력 방향으로 이동하게 되고 그에 맞춰서 테이블도 기울어져서 물건이 쓰러지지 않았고, Fig. 16에 역시 연속 사진으로 카트의 모습을 나타내었다. Fig. 17에는 회전하는 카트에서의 구슬의 위치를 그래프로 표현하였다. 원심력이 작용한 방향(X-축 방향)으로 구슬이 이동하는 것을 볼 수 있고 그 위치를 잘 유지하고 있고, 원심력이 사라지면 중앙으로 복귀가 잘 되는 것을 볼 수 있다. 하지만 X-축 방향의 구슬의 위치 그래프에서 60-70초 사이의 구간에서 구슬의 위치가 불연속으로 나타나고



Fig. 16 Snapshots of rotational moving

있는 것을 볼 수 있는데, 이 부분은 다음 절의 논의 부분에서 그 원인과 해결 방안에 대해서 다룰 것이다.

5. 논의

카트 실험 중 Fig. 17의 60-70초 구간의 구슬의 위치 불연속 발생 원인은 구슬이 터치패널에서 이탈했기 때문이다. 즉, 순간적으로 에어 불이 되어서 구슬과 터치패널 사이의 접촉이 사라져 버린 것이다. 그래서 구슬의 위치를 터치패널이 정확하게 측정할 수 없게 된다. 이런 문제를 해결하기 위해서 물컵을 올려 둔 테이블과 구슬 사이에 간격을 제거하여 테이블이 천장 역할을 하여 에어 불이 되지 않도록 막는 방법이 있다. 다른 접근법으로 터치패널을 이용하지 않고 카메라를 이용하여 구슬의 위치를 측정할 수 있고 에어 불에 무관한 시스템이 될 것이다.

6. 결론

평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 수학적 모델을 바탕으로 기구부를 설계하기 위해서 맞춤형 유니버설 조인트를 설계하여 구형 관절의 회전축이 평판과 일치하도록 하드웨어를 설계하였다. 이렇게 설계된 평판 위 구슬 균형잡기 시스템을 활용하여 수평 유지 테이블 카트 개발에 적용하였다. 비평탄면 위 또는 가감속과 같은 가속도 운동에서도 카트 위의 물체가 안정적으로 수평을 유지할 수 있음을 실험으로 확인하였다. 하지만 에어 불과 같은 문제점을 해결하기 위해서 추가적인 연구가 필요하다.

ACKNOWLEDGEMENT

본 과제(결과물)는 2023년도 교육부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 지자체-대학 협력기반 지역혁신 사업의 결과입니다(2021RIS-001(1345370811)).

REFERENCES

1. Dong, X., Zhang, Z., Chen, C., (2009), Applying genetic algorithm to on-line updated PID neural network controllers for ball and plate system, Proceedings of the 2009 Fourth International Conference on Innovative Computing, Information and Control (ICICIC), 751-755.
2. Fei, Z., Xiaolong, Q., Xiaoli, L., Shangjun, W., (2011), Modeling and PID neural network research for the ball and plate system, Proceedings of the 2011 International Conference on Electronics, Communications and Control (ICECC), 331-334.

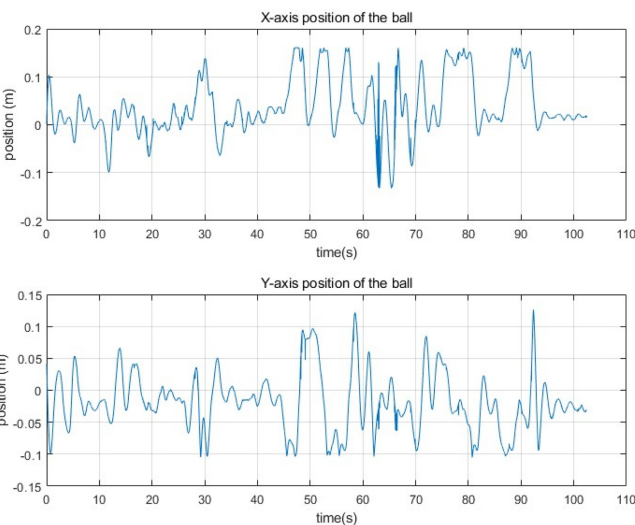


Fig. 17 X and Y-axis position of the ball while the cart is rotating

3. Liu, D., Tian, Y., Duan, H., (2009), Ball and plate control system based on sliding mode control with uncertain items observe compensation, Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Intelligent Computing and Intelligent Systems, 216-221.
4. Liu, H., Liang, Y., (2010), Trajectory tracking sliding mode control of ball and plate system, Proceedings of the 2010 2nd International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (CAR 2010), 142-145.
5. Bang, H., Lee, Y. S., (2018), Implementation of a ball and plate control system using sliding mode control, IEEE Access, 6, 32401-32408.
6. Spacek, L., Bobal, V., Vojtesek, J., (2017), Digital control of ball & plate model using LQ controller, Proceedings of the 2017 21st International Conference on Process Control (PC), 36-41.
7. Zarzycki, K., Ławryńczuk, M., (2021), Fast real-time model predictive control for a ball-on-plate process, Sensors, 21(12), 3959.
8. Wang, H., Tian, Y., Ding, C., Gu, Q., Guo, F., (2008), Output regulation of the ball and plate system with a nonlinear velocity observer, Proceedings of the 2008 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, 2164-2169.
9. Lee, K.-K., Batz, G., Wollherr, D., (2008), Basketball robot: Ball-on-plate with pure haptic information, Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2410-2415.
10. Zeeshan, A., Nauman, N., Khan, M. J., (2012), Design, control and implementation of a ball on plate balancing system, Proceedings of 2012 9th International Bhurban Conference on Applied Sciences & Technology (IBCAST), 22-26.
11. Tudić, V., Kralj, D., Hoster, J., Tropčić, T., (2022), Design and implementation of a ball-plate control system and python script for educational purposes in STEM technologies, Sensors, 22(5), 1875.
12. Choi, S., Park, J., Park, S., (2023), Development of a balancing table cart using a ball-on plate system, Proceedings of the Korean Society for Precision Engineering 2023 Autumn Conference, 159. <https://www.dbpia.co.kr/journal/articleDetail?nodeId=NODE11632540>
13. Kim, J.-W., Seo, T., Kim, J., (2016), A new design methodology for four-bar linkage mechanisms based on derivations of coupler curve, Mechanism and Machine Theory, 100, 138-154.

**Sangsin Park**

Assistant Professor in the Department of Mechanical Engineering, Korea National University of Transportation. His research interests are legged robots, robot design, and control.

E-mail: spark@ut.ac.kr