

선반카트에 적용된 Ball-on-plate 시스템의 에어볼 극복을 위한 제어기 설계

Design of a Controller to Overcome Air Ball in the Ball-on-plate System Applied to a Shelf Cart

박상신^{1,#}
Sangsin Park^{1,#}

¹ 한국교통대학교 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Korea National University of Transportation)
Corresponding Author / E-mail: spark@ut.ac.kr, TEL: +82-42-841-5126
ORCID: 0000-0002-9509-0058

KEYWORDS: Ball-on-plate system (평판 위 구슬 시스템), Balancing table cart (수평유지 테이블 카트), Compensator (보상기)

A ball-on-plate system is a mechanical control system for measuring the position of a ball placed on a touch panel and controlling the ball to move to a desired position. This system has been applied to a shelf cart. A hole was made in the center of the top shelf of the cart with a ball-on-plate system installed, allowing objects to be placed on the plate. The cart equipped with this system is named a "level-maintaining shelf cart". When external disturbances act on the cart, the ball-on-plate system ensures that the plate remains level, preventing objects on the plate from sliding or toppling. However, when the cart passes over uneven surfaces or experiences disturbances with acceleration beyond the system's allowable limits, the ball on the touch panel may detach, resulting in an "air ball" state, in which the system cannot measure the position of the ball, leading to instability. To address the air ball state, a compensator consisting of a closed-loop observer and full-state feedback for the ball-on-plate system is designed. A model for the closed-loop observer was created by modeling the ball-on-plate system. Experiments confirmed that the system could maintain stable control even in an air ball state.

Manuscript received: December 20, 2024 / Revised: January 23, 2025 / Accepted: March 4, 2025
This paper was presented at KSPE Autumn Conference in 2024

NOMENCLATURE

m = Mass of a Ball
 r = Radius of a Ball
 ϕ_{Bx} = X-axis Rotation Angle of a Ball
 ϕ_{By} = Y-axis Rotation Angle of a Ball
 θ_x = X-axis Rotation Angle of a Plate
 θ_y = Y-axis Rotation Angle of a Plate
 f_s = Rotation Force of a Ball
 x_B = X-axis Position of a Ball
 y_B = Y-axis Position of a Ball

1. 서론

동적 환경에서 안정성과 제어를 효과적으로 유지하는 것은 현대 기계 및 제어 시스템 설계에서 가장 핵심적인 과제로 자리 잡고 있다. 이러한 요구를 충족하기 위한 시스템으로 Ball-on-plate 시스템이 있다. 이 시스템은 터치패널을 평판으로 활용하여 구슬의 위치를 정밀하게 측정하고, 구슬을 원하는 위치로 이동시키는 정교한 제어 메커니즘을 제공한다. 특히, 이 시스템은 균형 유지 및 안정화 메커니즘 구현에서 강력한 가능성을 보여 주며 다양한 응용 분야에 활용할 수 있다.

S. Awatar, et. al.은 Ball-on-plate 균형 유지 시스템을 비용, 성능,

교육 등과 같은 조건들을 동시에 고려하여 개발하였다[1]. S. Park은 Ball-on-plate 시스템을 개발하고 이것을 균형 유지 테이블 카트에 응용하여, 비평탄면 및 가속 운동에서도 안정적으로 물체를 유지할 수 있음을 실험적으로 확인하였다[2]. K. Lefrouni와 S. Taibi는 Ball-plate 시스템의 제어 문제를 다루며, 기하학적 접근 방식을 이용해 상태 피드백 제어를 설계하여 시스템 안정성을 보장하는 방법을 제안하고, 시뮬레이션을 통해 그 유효성을 검증하였다[3]. Dil Kumar T.와 Mija S.는 제어 입력 특이성을 가진 언더액츄에이티드 비선형 시스템을 대상으로 새로운 다중 스위칭 기반 슬라이딩 모드 제어(SMC) 기법을 설계하여, Ball-plate 시스템의 안정성과 외란에 대한 강건성을 실험적으로 검증하고 성능을 향상시켰음을 보여주었다[4]. H. Wang, et al.은 Ball-plate 시스템의 출력 조절을 위해 비선형 속도 관측기를 설계하고, 이를 통해 속도 추정 정확성과 시스템 안정성을 개선한 연구를 제시한다[5]. K. Lee, et al.은 시각 시스템 없이 순수 촉각 정보를 기반으로 공을 평판 위에서 균형을 잡는 제어 방식을 제안하며, 실험을 통해 외부 교란과 움직이는 평판에서의 안정적인 제어가 가능함을 입증하였다[6].

본 연구에서는 Ball-on-plate 시스템을 선반 카트에 통합하여, 외부 방해 요소로 인한 안정성 문제를 해결하고자 하였다. 구체적으로, 선반 카트의 최상단 선반 중앙에 구멍을 내고 Ball-on-plate 시스템을 설치하여, 평판 위에 물체를 안정적으로 올려둘 수 있는 구조를 설계하였다. 이렇게 제작된 시스템은 균형 유지 선반 카트로 명명되었으며, 이는 경사면 이동, 급가속, 급정지와 같은 극한 환경에서도 상단 물체의 안정성을 보장하도록 설계되었다.

균형 유지 선반 카트는 동적 외란에 대해 평판의 기울기를 자동으로 조정하여 상단 물체가 미끄러지거나 넘어지는 것을 방지한다. 이를 통해 시스템은 높은 수준의 안전성과 신뢰성을 제공하며, 실생활 응용에 적용 가능성을 보여준다. 그러나 시스템은 여전히 한계가 존재한다. 불규칙한 지형이나 허용 가능한 가속도를 초과하는 외란이 발생하면, 구슬이 터치패널에서 이탈하는 ‘에어볼(Air Ball)’[7] 상태가 발생할 수 있다. 이 상태에서는 구슬의 위치를 정확하게 감지할 수 없으므로 시스템의 안정성이 심각하게 저하된다.

에어볼 상태로 인한 한계를 극복하기 위해, 본 연구에서는 에어볼 상태에서도 시스템 안정성을 유지할 수 있는 보상기를 설계하였다. 보상기는 페루프 관측기와 전상태 피드백으로 구성되며, 페루프 관측기는 평판 위 구슬 시스템의 정교한 모델링을 기반으로 설계되었다. 이를 통해 직접적인 위치 측정이 불가능한 상태에서도 구슬의 동작을 예측하고 적응적으로 제어할 수 있는 능력을 제공한다. 실험 결과, 보상기는 에어볼 상태에서도 효과적으로 시스템의 안정성을 유지하는 것을 보였다.

본 논문은 균형 유지 선반 카트의 설계, 구현, 검증에 대한 체계적인 분석을 제공한다. 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 수학적 모델링과 보상기 설계 과정을 상세히 기술하며, 3장에서는 실험 결과를 제시한다. 4장에서는 논의를 제시하며, 마지막으로 5장에서는 결론과 함께 향후 연구 방향을 제시한다.

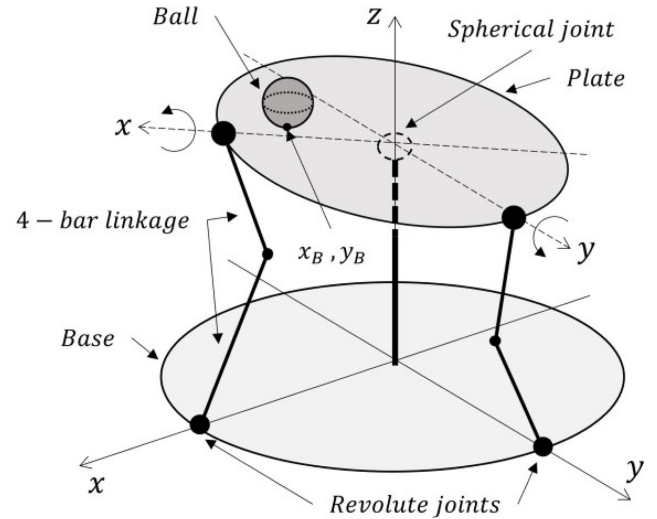


Fig. 1 The schematic diagram of a ball-on-plate system

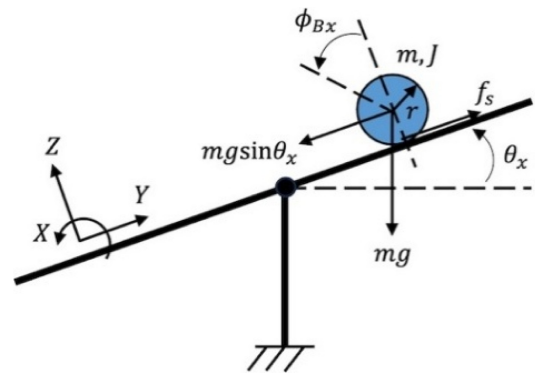


Fig. 2 The free body diagram of a ball-on-plate system

2. Ball-on-plate 시스템의 제어기 설계

2.1 Ball-on-plate 시스템의 수학적 모델

Ball-on-plate 시스템은 Fig. 1과 같이 Z-Y평면(X축 회전)과 Z-X평면(Y축 회전)으로 나뉘어 생각할 수 있다. 두 평면의 모델은 동일하기 때문에 Fig. 1의 X축 회전에 대한 시스템 모델을 고려하여 Fig. 2의 자유물체도를 기준으로 운동방정식을 유도한다[2].

Y축 방향으로 구슬에 작용하는 힘의 평형은

$$-mgsin \theta_x + f_s = -m\ddot{y}_B \quad (1)$$

이고, X축에 대한 모멘트 평형은

$$rf_s = J\ddot{\phi}_{Bx} \quad (2)$$

이다. 구의 관성모멘트 $J = \frac{2}{5}mr^2$ 를 식(2)에 대입하면

$$rf_s = \frac{2}{5}mr^2\ddot{\phi}_{Bx} \quad (3)$$

이고, $\ddot{y}_B = r\ddot{\phi}_{Bx}$ 관계식을 식(3)에 대입하면

$$f_s = \frac{2}{5}mr\ddot{\phi}_{Bx} = \frac{2}{5}m\ddot{y}_B \quad (4)$$

이다. 식(4)를 식(1)에 대입하면

$$m\ddot{y}_B + \frac{2}{5}m\ddot{y}_B = mg\sin\theta_x \quad (5)$$

이고, 식(5)를 \ddot{y}_B 에 대해서 정리하면

$$\ddot{y}_B = \frac{5}{7}g\sin\theta_x \quad (6)$$

이다. X축에 대한 \ddot{x}_B 는 \ddot{y}_B 와 식의 구조가 동일하다.

$$\ddot{x}_B = \frac{5}{7}g\sin\theta_y \quad (7)$$

따라서, 유도된 평판 위 구슬 균형잡기 시스템의 운동방정식은 식(6)과 식(7)과 같다.

Ball-on-plate 시스템의 식(6)과 식(7)의 비선형성을 제거하기 위하여 $\sin\theta_x \approx \theta_x$ 와 $\sin\theta_y \approx \theta_y$ 를 적용하였다. 이는 평판의 회전 각도가 삼각함수의 선형화 가능한 범위($-20^\circ < \theta < 20^\circ$) [8]에서 동작하기 때문이다. 따라서 식(6)과 식(7)은 선형방정식으로 근사화 된다. 선형화된 운동방정식을 상태공간표현식으로 표시한다.

$$\dot{X} = \hat{A}X + BU \quad (8)$$

$$Y = CX \quad (9)$$

여기서, $X = [y_B, \dot{y}_B, x_B, \dot{x}_B]^T$, $U = [\theta_x, \theta_y]^T$, $Y = [y_B, x_B]^T$,

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5g & 0 \\ 7 & 0 \\ 0 & 5g \\ 0 & 7g \end{bmatrix}, \text{ 그리고 } \hat{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ 이다.}$$

2.2 Ball-on-plate 시스템의 보상기

Ball-on-plate 시스템에 적용된 제어기는 Fig. 3과 같이 설계된 보상기이다. 이 보상기는 폐루프 관측기(Closed-loop Observer)와 전상태 피드백(Full-state Feedback)으로 구성되어 있다.

Ball-on-plate 시스템의 구슬의 위치는 터치패널 위에서 구슬이 터치패널에 압력을 가하여 측정이 된다. 구슬이 터치패널에서 이탈하기 전에는 구슬의 위치를 측정할 수 있지만, 구슬이 이탈하는 짧은 순간, 즉, 터치패널에 압력이 사라지는 순간(에어볼 상태), 사용된 터치패널은 임의의 값을 출력한다. 따라서 구슬의 측정된 위치를 이용한 피드백 제어는 시스템 제어에 어려움이 발생한다. 따라서 짧은 순간 에어볼이 발생하더라도 이전 상태 값을 이용하여 현재 상태 값을 추정할 수 있는 관측기가 사용되었다. 관측기는 두개의 입력을 받는다. 그 두 입력은 Ball-on-plate 시스템의 제어 입력과 측정된 Ball의 위치이다.

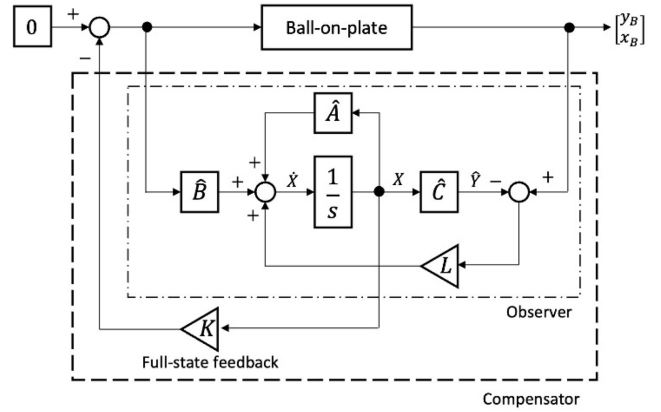


Fig. 3 The balancing control scheme, which is composed of a closed-loop observer and full-state feedback, for the ball-on-plate system

그리고 시스템과 관측기의 출력 오차를 줄이기 위해서 피드백 계인 L이 사용된다. 이 페루프 관측기는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{X} = \hat{A}X + BU + L(Y - \hat{Y}) \quad (10)$$

$$\hat{Y} = \hat{C}X \quad (11)$$

다음으로, 관측기에서 추정된 시스템의 상태값을 이용하여 시스템의 제어 입력을 계산하는 전상태 피드백의 제어 법칙은

$$U = -KX \quad (12)$$

이다.

식(10)에 식(11)과 식(12)를 대입한 후 정리하면

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \hat{A}X + \hat{B}(-KX) + L(Y - \hat{Y}) \\ &= (\hat{A} - \hat{B}K - L\hat{C})X + LY \end{aligned} \quad (13)$$

이다. 따라서 구슬의 위치와 속도는 식(13)을 계산하여 추정할 수 있다. 전상태 피드백 계인 K와 페루프 관측기 계인 L은 다음 식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} K &= \begin{bmatrix} 0.071 & 0.214 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.071 & 0.0214 \end{bmatrix} \\ L &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (14)$$

3. Ball-on-plate 시스템을 활용한 수평유지 카트

수평유지 카트에 사용된 Ball-on-plate 시스템의 설계 형상을 Fig. 4에 나타내었다. 17인치 터치 패널을 적용하였고, 그에 따른 시스템의 크기가 결정되었다. 크기(가로 × 세로 × 높이)는 380 × 380 × 102.5 mm이다. 구현된 Ball-on-plate 시스템의 하드웨어 설계는 이전 연구에 자세히 나타내었다[2].

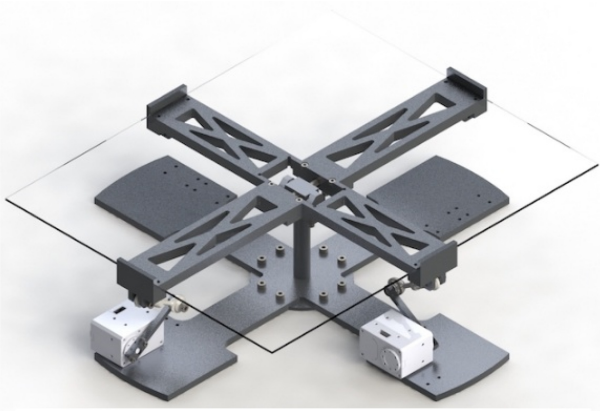


Fig. 4 Design of a ball-on-plate balancing system. The customized universal joint is in the center of a cross frame with a 17" touch panel and two servo motors are located on the cartesian coordinates

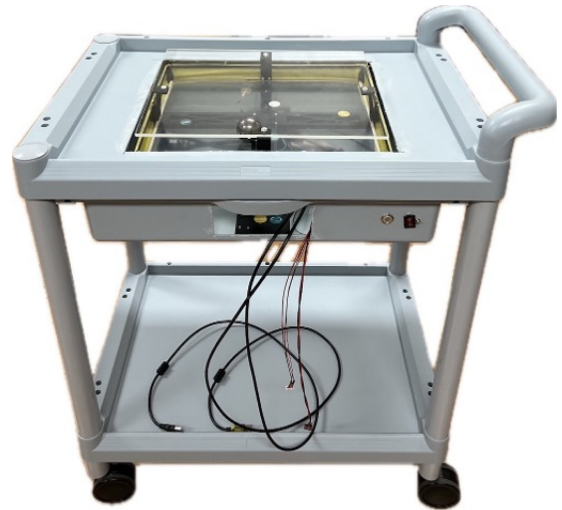


Fig. 7 The balancing cart with the ball-on-plate system positioned on a top of the cart

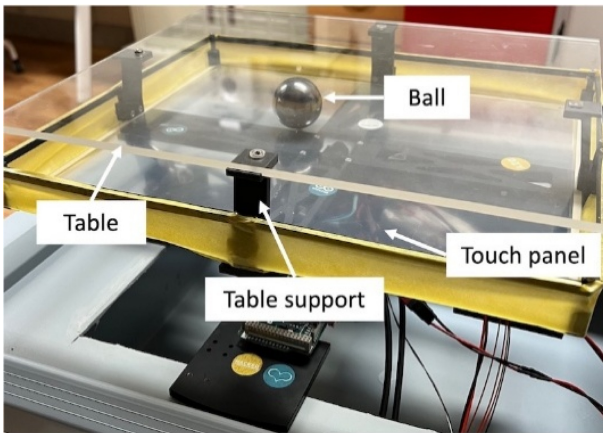


Fig. 5 The ball-on-plate system with a table where stuff put on

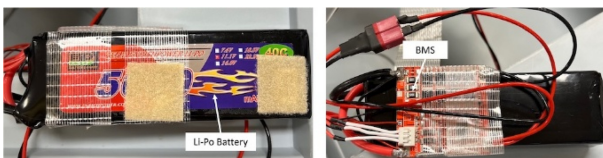


Fig. 6 The Li-Po battery pack with a battery manage system: 5000 mAh, 11.1 V

일반적인 Ball-on-plate 시스템은 평판위에 구슬이 구르기 때문에 물건을 올려둘 수가 없다. 구슬의 이동을 방해하지 않고 물건을 올려두기 위해서 Fig. 5와 같이 평판의 4면에 테이블 지지대를 세우고, 그 위에 또 다른 평판을 수평으로 올려두었다. 이 또 다른 평판은 물건을 올려둘 수 있는 테이블 역할을 하며 그 아래에 있는 구슬은 자유롭게 움직일 수 있다.

자유로운 이동을 위해서 배터리로 시스템이 작동하도록 구현하였다. Fig. 6은 이 시스템에 사용된 배터리 팩을 나타내었다. 사용된 배터리는 리튬-폴리머 직렬 3셀 배터리이고, 공칭전압 11.1 V, 용량은 5000 mAh이다. 여기에 BMS (Battery Manage

System) 회로를 부착하여 배터리의 효율성과 안전성을 유지해주었다. BMS는 배터리의 각 셀이 동일한 전압을 유지하도록 해주고, 배터리 성능을 최적화하고 과열이나 과충전 등의 문제를 방지하는 역할을 한다.

Fig. 7에는 개발된 Ball-on-plate 시스템이 적용된 균형 유지 카트를 나타내었다. 이 이동식 선반 카트는 Ball-on-plate 시스템의 균형 제어 효과로 카트 이동시에도 테이블이 균형을 잡을 수 있도록 하였다.

4. 실험 결과

균형 유지 카트 위에 커피가 든 종이컵을 올려두고 건물의 실내에서 그 카트를 이동시켜 보았다. 직선 방향으로 움직이는 카트의 모습을 연속된 사진들의 조합으로 Fig. 8에 나타내었다. Figs. 9에서는 관측기에서 측정된 구슬의 위치를 나타내었고, 10에서는 터치패널로부터 측정된 구슬의 위치를 나타내었다. Fig. 10에서 볼 수 있듯이 그래프에 사각형으로 강조한 10초 부근에서 에어볼이 발생하였다. 하지만 Fig. 9의 그래프에서는 실제 구슬의 위치가 크게 변하더라도 이전 상태 값을 이용하여 현상 상태 값을 추정하는 관측기를 통한 구슬의 추정 위치는 큰 변화가 발생하지 않는다. 따라서 관측기에서 측정된 구슬의 위치 값을 이용하여 균형 유지 제어를 하면 에어볼이 발생하더라도 안정적으로 테이블의 균형을 유지할 수 있다.

5. 논의

일반적인 Ball-on-plate 시스템은 구슬의 위치를 측정하기 위해서 구슬이 터치패널 위에 위치하고, 그 구슬의 무게로 터치패널이 눌러지면서 그 눌러진 위치를 측정할 수 있게 된다. 본



Fig. 8 The snapshots of the balancing cart's moving indoor

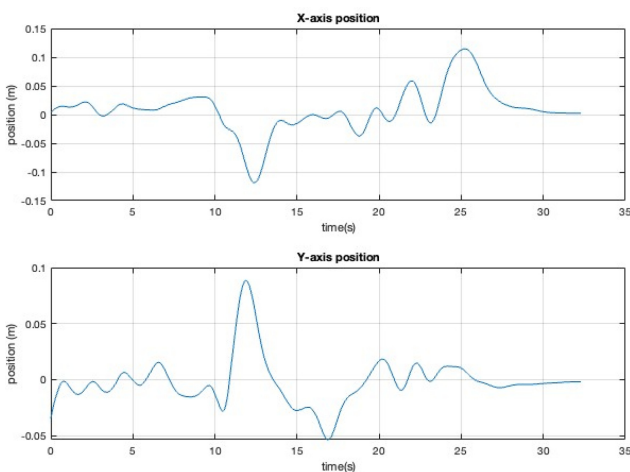


Fig. 9 Estimated positions of the ball on the X-axis and Y-axis

연구에서 사용된 터치패널은 17인치 제품이고 유리면 위에 터치 센서가 부착되어 있다. 이 터치패널을 이용해서 구슬의 위치를 측정하기 위해서는 1 kg의 무게를 가진 쇠구슬을 사용하였다. 에어볼이 발생할 시 쇠구슬과 터치패널의 강한 충격으로 터치

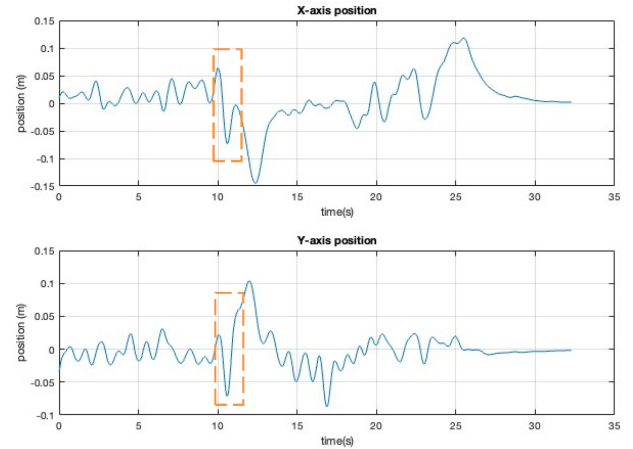


Fig. 10 Measured positions of the ball on the X-axis and Y-axis

패널의 유리면이 깨질 우려가 발생한다. 따라서 이런 충격을 보완하기 위한 시스템의 개선이 필요하고, 카트의 이동 속도에 따른 Ball-on-plate의 제어 성능 분석이 필요하다.

6. 결론

본 연구에서는 Ball-on-plate 시스템을 선반 카트에 통합하여 외부 방해 요소로 인한 안정성 문제를 해결하기 위한 보상기를 설계하였다. 페루프 관측기와 전상태 피드백으로 구성된 보상기를 통해 에어볼 상태에서도 시스템의 안정성을 유지할 수 있음을 실험적으로 입증하였다.

향후 연구는 균형 유지 선반 카트를 자율주행이 가능하도록 개선할 계획이다. 카트의 바닥 부분에 있는 2개의 캐스터 바퀴를 제거하고 모터를 사용하여 2개의 능동형 바퀴를 제작한 다음, 바퀴 속도 제어를 통해서 카트가 모터의 힘으로 주행할 수 있도록 할 것이다. 그리고 카메라와 라이다 센서를 부착하여 영상정보를 바탕으로 카트가 스스로 움직이면서 목표지점을 찾아갈 수 있도록 연구할 계획이다.

ACKNOWLEDGEMENT

본 과제(결과물)는 2024년도 교육부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 지자체-대학 협력기반 지역혁신 사업의 결과입니다(No. 2021RIS-001(1345370811)).

REFERENCES

1. Awtar, S., Bernard, C., Boklund, N., Master, A., Ueda, D., Craig, K., (2002), Mechatronic design of a ball-on-plate balancing system, *Mechatronics*, 12(2), 217-228.

2. Park, S., (2024), Development and application of a ball-on-plate balancing system, *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, 41(3), 215-222.
3. Lefrouni, K., Taibi, S., (2024), State-feedback control of ball-plate system: geometric approach, *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 15(3), 968-974.
4. Mija, S., (2024), Multiswitching surface based sliding mode controller for a class of underactuated nonlinear systems: With application to ball and plate system, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 71(9), 11326-11337.
5. Wang, H., Tian, Y., Ding, C., Gu, Q., Guo, F., (2008), Output Regulation of the Ball and Plate System with a Nonlinear Velocity Observer, *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, 2164-2169.
6. Lee, K., Batz, G., Wollherr, D., (2008), Basketball robot: Ball-On-Plate with pure haptic information, *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2410-2415.
7. Shin, S., Park, S., (2024), The design of a compensator for the ball-on-plate system applied to a shelf cart, *Proceedings of KSPE 2024 Autumn Conference*, 324-324.
8. Zarzycki, K., Lawrynczuk, M., (2021), Fast real-time model predictive control for a ball-on-plate process, *Sensors*, 21(12), 3959.

**Sangsin Park**

Assistant Professor in the Department of Mechanical Engineering, Korea National University of Transportation. His research interests are legged robots, robot design, and control.

Web: www.nextlab.one

E-mail: spark@ut.ac.kr